

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****Clasa a XI-a – Secțiunea H1 – Filieră tehnologică****Subiectul 1. (20 puncte)**

Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x^3 & 3x^2 & 3x \\ x^2 & x^2 + 2x & 2x + 1 \\ x & 2x + 1 & x + 2 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este un număr real.

Determinantul matricei  $A(x)$  se notează cu  $D(x)$ .

- Arătați că  $D(-1) = 8$ .
- Determinați matricea  $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  care verifică relația  $A(-1) \cdot B = A(1)$ .
- Demonstrați că  $D(x) = x^3 \cdot (x - 1)^3$ , pentru orice număr real  $x$ .

**Subiectul 2. (20 puncte)**

- Determinați valorile parametrului real  $m$  pentru care matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & x & 3 \\ m & x - 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$  este inversabilă pentru orice număr real  $x$ .

- Fie matricea  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ . Calculați  $B^n$ , unde  $n$  este un număr natural nenul.

**Subiectul 3. (20 puncte)**

Se consideră funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}, D \subset \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + ax + a}, a \in \mathbb{R}$ .

- Dacă  $a = 0$ , să se specifice domeniul maxim de definiție al funcției  $f$  și să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$ .
- Dacă  $a = 0$ , să se arate că tangenta la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = -1$ , situat pe graficul funcției  $f$ , este perpendiculară pe dreapta  $x + 3y - 6 = 0$ .
- Determinați valorile parametrului  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât graficul funcției  $f$  să admită o singură asimptotă verticală.

**Subiectul 4. (30 puncte)**

Toboganul Marele Alb din parcul balnear de la Băile Figa este cel mai înalt din România.

$H(x)$  reprezintă înălțimea la care se află vizitatorul după ce a parcurs distanța  $x$  (exprimată în metri) de la

punctul de start al toboganului și este definită prin:  $H(x) = \begin{cases} ax^2 - \frac{1}{4}x + b, & x \in [0, 2] \\ \frac{32}{\pi} \arctg \frac{1}{x-2}, & x \in (2, 40] \end{cases}$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Toboganul nu prezintă „sărituri”, adică funcția  $H$  este continuă pe întreg domeniul de definiție  $[0, 40]$ .

- Determinați numărul real pozitiv  $b$ , știind că la momentul startului, vizitatorul se află la înălțimea de 18 m față de nivelul solului.
- Folosind valoarea lui  $b$  obținută anterior, determinați valoarea parametrului real  $a$ .

**Notă:**

*Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.*

*Punctajul maxim este de 100 de puncte.*